システム設計工学特論 A 英語和訳

12GS605 小山崇宣　担当分

P.161～
英語本文

To each sequence in which satisfies condition (37.6), obviously there corresponds a function F(z) which is analytic outside the circle z > R, including at z = ∞, for R < k. The inversion of such a function should determine a sequence f_n: it can be obtained in the following way.

Inversion of the Z-transformation

1. From the formula for the coefficients of a Laurent series,

(37.7) $$f_n = \frac{1}{2\pi j}\int F^*(z) z^{n-1} dz \qquad (n = 0,1,\ldots)$$

when the contour of integration is a circle of radius r > R (or an equivalent curve which encloses all the singularities of F* (z)). See Fig. 37.2, p. 159.

This formula is obtained directly by expressing F* (z) as a power series and integrating term by term, this being permissible on account of the uniform convergence. Since $\int z^v dz = 0$ for all v except v = -1, all terms vanish except

$$\frac{1}{2\pi j}\int z^{-1} dz = 1.$$

2. On putting $z = re^{j\phi}$ it follows from (37.7) that

(37.8) $$f_n = \frac{r^n}{2\pi}\int_{-n}^{+n} F^*\left(re^{j\phi}\right) e^{jn\phi} d\phi \qquad (n = 0,1,\ldots).$$

Then $f_n r^{-n}$ is the Fourier coefficient of F*($re^{j\phi}$).

3. Since F*(z^{-1}) is a series of ascending powers of z, it follows from Taylor's formula that

(37.9) $$f_n = \frac{1}{n!}\left[\frac{d^n F^*\left(z^{-1}\right)}{dz^n}\right]_{z=0} \qquad (n = 0,1,\ldots).$$

P.161～
和訳

　条件(37.6)を満足する各数列に, 明らかにそれに対応する関数 F(z)は解析的な外側の R より大きい円 z, k は R より大きいために z = ∞を含む.

一つの関数のような逆変換は数列 f_n を決定する必要があり，次のような方法で得ることができる.

z 変換の逆変換

1．公式からローレンツ級数の係数を求める

$$f_n = \frac{1}{2\pi j}\int F*(z)z^{n-1}dz \qquad (n = 0,1,\ldots) \tag{37.7}$$

積分の輪郭である円の半径 r が R より大きいとき(もしくはすべての F_z の特異点が囲まれている等価曲線). P.159 の図 37.2 に示す.

　この公式は，べき級数として F*(z)を表現しそれらによってこれが一様収束のために許容可能で，積分区間を積分することにより直接得られる. $\int z^{\nu}dz = 0$ なので，すべての ν のために ν= -1 を除いて，すべての区間は以下の式を除いてゼロになる.

$$\frac{1}{2\pi j}\int z^{-1}dz = 1.$$

2． $z = re^{j\phi}$ とおくことによって，(37.7)式から以下の式を得る.

$$f_n = \frac{r^n}{2\pi}\int_{-n}^{+n} F*\left(re^{j\phi}\right)e^{jn\phi}d\phi \qquad (n = 0,1,\ldots). \tag{37.8}$$

したがって， $f_n r^{-n}$ は F*($re^{j\phi}$)のフーリエ係数である.

3．$F*(z^{-1})$は z の昇順力の級数であるから，テーラー展開の公式から以下の式を得る.

$$f_n = \frac{1}{n!}\left[\frac{d^n F*\left(z^{-1}\right)}{dz^n}\right]_{z=0} \quad (n = 0,1,\ldots) \tag{37.9}$$